ALGEBRA

seconda parte

La parola algebra deriva dall'arabo *al-jabr*, termine che compare nel titolo *al-kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabalah* (*Compendio di calcolo per completamento e semplificazione*) di una delle cinque opere scritte dal matematico e astronomo al-Khuwarizmi (da cui è stato ricavato il termine algoritmo), vissuto a Baghdad nella prima metà del IX secolo.

Statua di al-Khwârizmî à Khiva, in Ouzbékistan

Nel trattato venne introdotto un metodo per la risoluzione di equazioni di secondo grado[1] che si basava sul metodo del completamento del quadrato di un binomio e sull'eliminazione di termini uguali a membro destro e membro sinistro di un'equazione o il trasporto da un membro all'altro con il segno cambiato; in sostanza l'applicazione del primo principio di equivalenza delle equazioni: "aggiungendo o sottraendo ai due membri di una equazione uno stesso numero o una stessa espressione contenente delle variabili, che non perda significato qualunque sia il valore attribuito ad esse, si ottiene

[1] Tentativi di risolvere equazioni di secondo grado si trovano già in alcune tavolette babilonesi, dove si illustrano tecniche per risolvere equazioni derivanti da problemi pratici particolari, ad esempio quello di determinare il lato di un rettangolo conoscendone l'area.

una equazione equivalente a quella data", dove per equazioni equivalenti si intendono equazioni con le stesse soluzioni. Dal termine *jabr*, che può essere tradotto con restaurare, riparare, è derivato anche il nome algebrista, che in passato fu usato per indicare una persona in grado di aggiustare, sistemare. Così in *Don Quijote* (seconda parte, cap.XV): *En esto fueron razonando los dos, hasta que llegaron a un pueblo donde fue ventura hallar un algebrista, con quien se curó el Sansón desgraciado*. Mentre ne la *Vita del Buscón*, Francisco de Quevedo (1580-1645) scrisse: *Hubo fama que reedificaba doncellas, resucitaba cabellos encubriendo canas. Unos la llamaban zurcidora de gustos; otros, algebrista de voluntades desconcertadas, y por mal nombre alcahueta*. (Chi fosse interessato alla traduzione può leggere all'indirizzo https://www.liberliber.it/mediateca/libri/q/quevedo/vita_del_pitocco/pdf/quevedo_vita_del_pitocco.pdf, a pag 35).

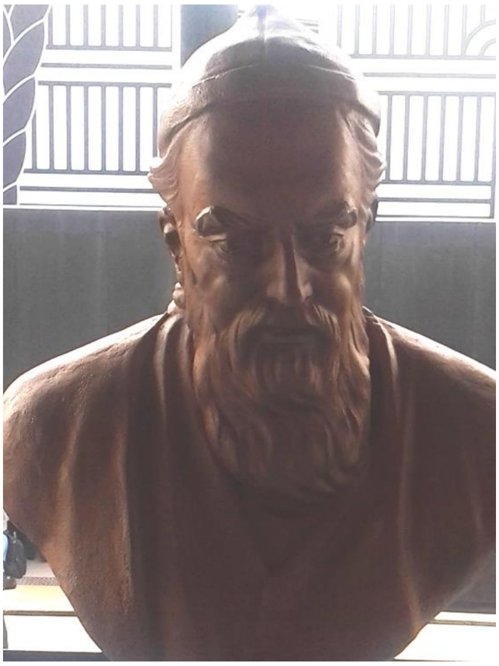
Vale la pena di sottolineare il fatto che al-Khuwarizmi compì un cambiamento concettuale e sostanziale rispetto al passato nell'approccio alla matematica. Infatti, mentre gli Egizi e i Babilonesi partivano da problemi concreti che poi cercavano di risolvere con metodi matematici, il matematico arabo individuò i metodi risolutivi per alcune equazioni, che poi applicò in esempi concreti.

Trattato sull'algebra di Al-Khwārizmī: *al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala*.
(fonte Wikipedia)

Il trattato di al-Khuwarizmi fu tradotto in latino da Roberto di Chester e da Gherardo da Cremona nel XII secolo. Nel 1070 un altro arabo, Omar Khayyam[2], pubblicò a Samarcanda un secondo lavoro fondamentale nella storia dell'algebra, il *Trattato sulla dimostrazione dei problemi di algebra*, in cui il matematico e poeta arabo risolse le equazioni del tipo

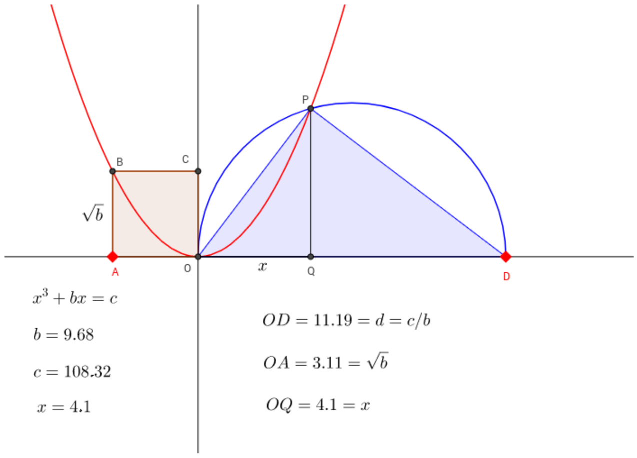
$$x^3 + a^2x = b$$

utilizzando le intersezioni tra coniche e mostrando che non è possibile una risoluzione con "riga e compasso", conclusione che verrà definitivamente raggiunta sette secoli più tardi.



Busto di Omar Khayyam all'Expo di Milano, 2015

[2] Su Omar Khayyam si può leggere, su www.studiomatematica .it, all'indirizzo http://www.studiomatematica.altervista.org/documenti/O%20cuore2.pdf



(fonte: www.geogebra.org)

Pochi anni dopo, il pisano Fibonacci approfondì le dissertazioni sulle equazioni e problemi algebrici nel suo *Liber Abaci*, pubblicato nel 1202, in cui presentò anche le nove cifre indo-arabiche e lo zero. Si dovette però attendere il XVI secolo per l'abbandono definitivo del sistema di numerazione romano e l'adozione del sistema posizionale arabo, assai più vantaggioso per il calcolo matematico. Nel Cinquecento, dopo quasi tre secoli di impasse, si ebbe un rifiorire della matematica, i cui progressi sarebbero stati inarrestabili.

Nel 1494 venne pubblicato il primo libro stampato sull'algebra, la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni e proportionalità*, scritto da Luca Pacioli. Nato a Sansepolcro, in provincia di Arezzo, Pacioli conobbe Leonardo da Vinci, Piero della Francesca, Leon Battista Alberti, Bramante, Raffaello.

Autore di un'altra opera fondamentale, il *De Divina Proportione*, illustrata da Leonardo, nella *Summa* pubblicò il metodo generale per risolvere equazioni di primo e di secondo grado, mentre per le equazioni di terzo grado si dovettero attendere un'altra cinquantina di anni e gli studi di Nicolò Tartaglia[3], i cui risultati vennero pubblicati da

[3] Per approfondimenti e la diatriba sulla paternità dei metodi risolutivi si può leggere anche su questo sito all'indirizzo: http://www.studiomatematica.altervista.org/documenti/tartaglia.pdf

Cardano nel 1545 nell' *Artis Magnae sive de regulis algebraicis*, assieme alla formula risolutiva per le equazioni di quarto grado.

Celebre ritratto di Luca Pacioli, frate francescano, datato 1495, quando il matematico aveva cinquanta anni. Pacioli illustra a un giovane le proprietà delle figure geometriche seguendo l'opera di Euclide. Sulla tavoletta c'è il nome del matematico greco scritto sul bordo esterno. Il dipinto si trova nel museo di Capodimonte

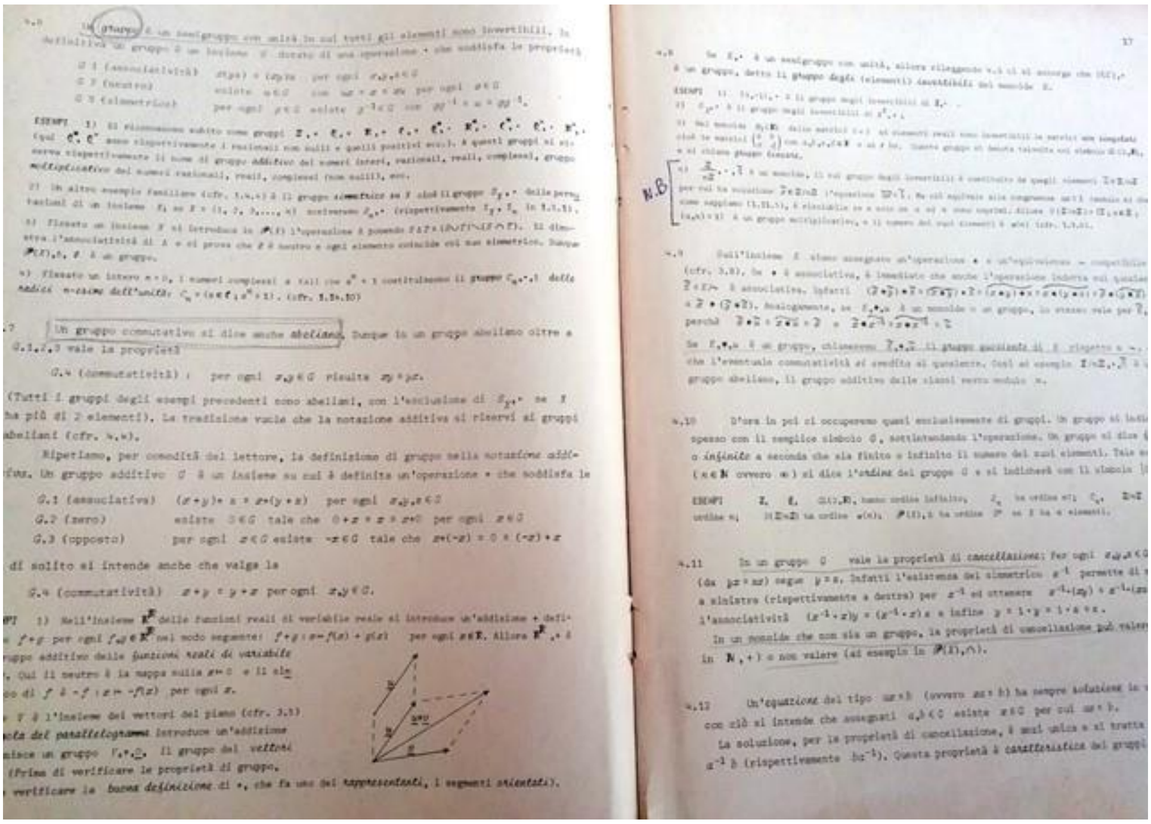
La storia italiana dell'algebra continua con la pubblicazione, nel 1572, del lavoro *Algebra*. *Parte maggiore dell'aritmetica divisa in tre libri*, di Rafael Bombelli, che,a partire dalle opere di Diofanto, riepilogò i contenuti elaborati fino ad allora nel campo algebrico. Completò la teoria delle equazioni, introducendo i numeri complessi per risolvere le equazioni in cui comparivano radici di numeri negativi, le così chiamate "quantità silvestri". L'*Algebra* di Bombelli fu uno dei testi di riferimento per grandi scienziati, come Huygens e Leibniz, mentre il simbolismo oggi utilizzato per espressioni algebriche, con le ultime lettere dell'alfabeto, x,y,z che rappresentano incognite, e le prime, a,b,c,… per indicare coefficienti, risale a Cartesio (1637).

Arrivati a risolvere le equazioni di terzo e quarto grado di qualunque tipo, il problema fu quello di trovare una formula per risolvere quelle di quinto. Dopo alcuni decenni di tentativi, le ricerche si conclusero con gli studi del medico e matematico Paolo Ruffini prima, nel 1799, e di Niels Henrik Abel qualche anno dopo, nel 1824:

Teorema di Ruffini-Abel: è impossibile risolvere algebricamente una equazione completa di grado maggiore di quattro.

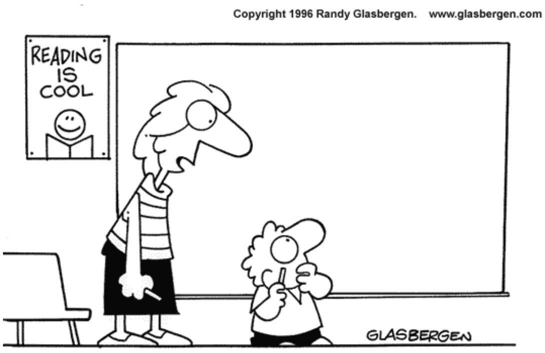
Il 1799 fu un anno importante per un altro risultato: Karl Friedrich Gauss, a soli 19 anni, dimostrò il *Teorema fondamentale dell'algebra*: ogni polinomio di grado n>0 ammette almeno una radice (nel campo complesso).

La storia dell'algebra proseguì con le intuizioni del giovane matematico francese, Evariste Galois, famoso anche in ambito non specialistico per essere morto in duello a soli 20 anni. Galois nel 1831 scrisse una pagina fondamentale per l'algebra: ad ogni equazione algebrica si può associare un ente matematico, chiamato gruppo, e l'equazione si può risolvere algebricamente se e solo se il suo gruppo associato ha determinate caratteristiche. La teoria dei gruppi di Galois viene trattata solo in ambito universitario.



Gruppi, di B. Scimemi, Decibel ed.

Le equazioni di primo e di secondo grado, assieme a quelle di grado superiore riducibili, si studiano ancora sui banchi scolastici di scuole secondarie di primo e secondo grado. L'algebra che si studia a scuola è un settore della matematica che prevede l'uso di lettere in aggiunta ai numeri, la semplificazione di espressioni letterali e la risoluzione di equazioni con una variabile di cui si deve determinare, se esiste, il valore.



"There aren't any icons to click. It's a chalk board."

Purtroppo l'apprendimento dell'algebra, e della matematica in generale, continua ad essere estremamente difficoltoso da parte di un considerevole numero di studenti. Si dovrebbe far percepire ai bambini il gusto della scoperta, la curiosità per le proprietà geometriche, il piacere dell'analisi delle strategie risolutive, la visualizzazione di un percorso risolutivo, la soddisfazione per i risultati cercati, piuttosto che insistere meccanicamente sulla ripetizione di esercizi non calati nella realtà e dei quali i bambini non sono in grado di percepire né il significato, né gli obiettivi.

Queste riflessioni saranno approfondite in un prossimo articolo.

Anna Maria Gennai

Giugno 2018

Fonti

C. B. Boyer, Storia della matematica, Mondadori, Milano, 1980

http://pages.di.unipi.it/romani/DIDATTICA/CMS/equaD.pdf

https://www.centrostudimariopancrazi.it/images/Eventi_attivita/quarto-incontro-nazionale-la-storia-della-matematica-in-classe/pdf_evento/algebra-e-umanesimo2.pdf

http://culturemath.ens.fr/video/html/Djebbar/icono.htm#6

http://amslaurea.unibo.it/3682/1/fulvi_valeria_tesi.pdf

http://www-dimat.unipv.it/~rosso/Ruffini-Abel.pdf

http://www.museocapodimonte.beniculturali.it/il-ritratto-di-luca-pacioli-a-capodimonte