Parlando di oscillazioni e di onde

F. Pegoraro

Dipartimento di Fisica “Enrico Fermi”, Universita’ di Pisa
francesco.pegoraro@unipi.it

Istituto Nazionale di Ottica via G. Moruzzi 1, Pisa, Italy

Accademia Nazionale dei Lincei, Roma

Tenula al **Liceo "XXV Aprile" di Pontedera** il 20 aprile 2021

Perchè parliamo di onde

Il concetto di onda rappresenta uno dei più importanti strumenti descrittivi che abbiamo a disposizione per interpretare i fenomeni naturali che osserviamo, dalle oscillazione della superficie del mare ai suoni, alla voce, dai solitoni alla dinamica dei campi elettromagnetici, dalla metereologia alla meccanica quantistica fino alle perturbazioni della struttura dello spazio-tempo.

Inoltre il concetto di onda è così insito nella nostra esperienza da essere spesso accompagnato da un senso di piacere estetico.

................................vediamo la specie delle conchiglie
dipingere il grembo della terra, là dove con molli onde
l'acqua del mare batte la sabbia assetata del lido incurvato.

Lucrezio, De Rerum Natura, libro II.

La grande onda di Kanagawa

Incisione Katsushika Hokusai ~ 1832

Dalle oscillazione di un corpo alle onde

Il concetto di onda nasce da una generalizzazione del concetto di oscillazione di un corpo e, come questo, fa uso di uno schema di descrizione in cui si fa riferimento a

1) uno stato di quiete (stato di equilibrio),

2) che viene perturbato,

3) ma “intorno” al quale il sistema fisico rimane al passare del tempo, allontanandosene e riavvicinandocisi periodicamente

Probabilmente l’esempio più noto di oscillazione è quello di un pendolo spostato dalla sua posizione di equilibrio verticale: sotto l’azione combinata della gravità e del vincolo che lo tiene sospeso, il pendolo compie oscillazioni intorno alla posizione di quiete.
Se potessimo prescindere dagli attriti, queste oscillazioni continuerebbero indefinitamente con la periodica trasformazione di energia potenziale in energia cinetica e viceversa.

Oscillazioni di un pendolo

Se spostiamo di poco il pendolo dalla sua posizione di equilibrio, il pendolo compie piccole oscillazioni e il loro periodo T è, in prima approssimazione, indipendente dall'ampiezza delle oscillazioni ed è dato da

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} \tag{1}$$

dove L è la lunghezza del pendolo e g è la accelerazione di gravità.

In generale $T = 2\pi\sqrt{m/\kappa}$, κ costante di richiamo.

La corrispondente frequenza (pulsazione $\omega \equiv 2\pi/T$) è

$$\omega = \sqrt{g/L}. \tag{2}$$

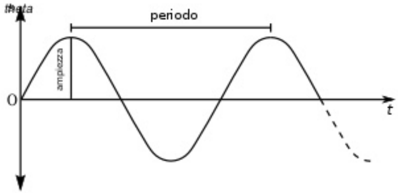
Legge temporale delle piccole oscillazioni

Se chiamiamo θ l'angolo (in radianti) che il pendolo fa con la verticale, la dipendenza $\theta(t)$ di questo angolo dal tempo t è data dalla legge oraria

$$\theta(t) = \theta_0 \cos[\omega t + \phi] = \theta_0 \cos[\sqrt{g/L}\, t + \phi], \tag{3}$$

dove $\theta_0 \ll 1$ è l'ampiezza di oscillazione e ϕ è un numero che rappresenta la fase dell'oscillazione al tempo $t = 0$.

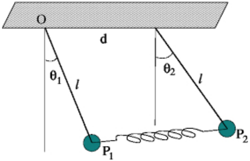
Notate non ho detto piccolo spostamento ℓ, ho detto piccolo angolo ($\theta_0 \ll \pi$). Ho usato una quantità adimensionale (cioè che non dipende dal sistema di unità usato). Potevo usare ℓ/L.

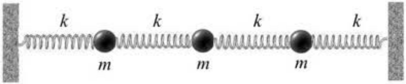


Catena di pendoli

Prendiamo ora un gran numero di pendoli, per semplicità tutti della stessa lunghezza e della stessa massa m, e li sospendiamo in fila allineati a distanza d uno dall'altro. Colleghiamoli poi con molle con costante di richiamo κ in modo che ciascuno pendolo sia collegato solo a quello che lo precede e a quello che lo segue (e che le forze delle molle siano bilanciate agli estremi).

Otteniamo un fenomeno nuovo.
Se spostiamo uno dei pendoli dalla sua posizione di equilibrio, questo non solo tende a riavvicinarvisi per effetto sia della gravità che delle molle, ma, attraverso le molle stesse, mette in moto i pendoli vicini e così via di modo che la perturbazione si *propaga* lungo la catena.



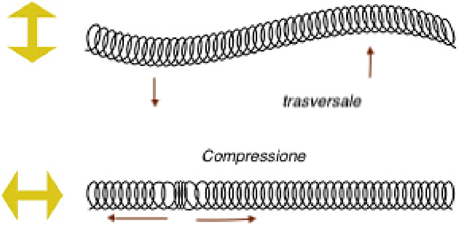


Un continuo di oscillatori

Possiamo ora pensare di moltiplicare per n il numero dei pendoli, mantenendo però costante la massa totale e la lunghezza della catena (mandando quindi m in m/n e d in d/n e modificando la costante di richiamo in una tensione $\mathscr{T} = d\kappa$).
Se consideriamo n molto grande, al limite infinito, stiamo costruendo un modello per descrivere un sistema continuo.
Questo sistema è in grado di trasmettere onde e la sua dinamica non differisce da quella che potreste osservare ad esempio appendendo una di quelle grosse molle che vengono vendute nei negozi come soprammobili o come giocattoli.

Velocità di propagazione

Supponiamo ora, ma solo per semplicità, di poter trascurare la forza di richiamo dovuta alla gravità su una di queste molle (poggiamola su un tavolo) mantenendo però quella dovuta alla costante elastica della molla.
Se perturbate una regione della molla, ad esempio avvicinando tra loro a $t = 0$ le spire nella regione intorno ad $x = 0$, da questa regione si propaga nelle due direzioni una perturbazione di compressione.



Velocità di propagazione

Se lo spostamento è piccolo (bisognerebbe specificare rispetto ache cosa) potete descrivere matematicamente questa deformazione della molla con una espressione del tipo

$$D(x,t) \;=\; D_+(x-v_f\,t) \;+\; D_-(x+v_f\,t), \tag{4}$$

dove x dà la posizione lungo la molla, $D(x,t)$ la sua deformazione nel punto x al tempo t, cioè esprime di quanto si sono avvicinati (o allontanati) due punti della molla.

In questa espressione v_f *è la velocità con cui la deformazione si propaga nelle due direzioni lungo la molla*. Questa velocità è generalmente chiamata velocità di propagazione o anche, come vedremo in seguito, velocità di fase.

La componente D_+ descrive la parte della perturbazione che si propaga lungo la molla verso destra nello schizzo alla pagina precedente, D_- quella che si propaga a sinistra e la loro ampiezza e dipendenza funzionale da $(x \pm v_f\,t)$, cioè la loro forma che non cambia durante la propagazione, sono determinate dalla deformazione iniziale della molla.

Velocità di propagazione

La velocità di propagazione v_f dipende (per piccole deformazioni) solo dalla proprietà della molla e, nel modello descritto sopra, è data da

$$v_f = d\sqrt{\kappa/m} = \sqrt{\mathscr{T}/\rho}, \quad \text{con} \quad \rho = m/d. \tag{5}$$

L'andamento delle perturbazioni $D_+(x - v_f t)$ e $D_-(x + v_f t)$ **non è necessariamente oscillatorio** in $(x \pm v_f t)$.

Si possono tuttavia scegliere opportunamente le deformazioni iniziali in modo che $D_+(x,t)$, e così $D_-(x,t)$, sia della forma

$$D_+(x,t) \; = \; D_{+o}\cos\left[2\pi(x - v_f t)/\lambda + \phi\right] \; \equiv \; D_{+o}\cos\left(kx - \omega t + \phi\right), \tag{6}$$

dove λ è la lunghezza d'onda, $k = 2\pi/\lambda$ è il vettore d'onda e ω è la frequenza e D_{+o} l'ampiezza di oscillazione.

Onde monocromatiche

Queste onde a *frequenza definita* possono essere viste come le *componenti elementari* in cui le perturbazioni $D(x \pm v_f t)$ possono essere scomposte, come la luce nei suoi diversi colori.

La frequenza ω ed il numero d'onda k (o equivalentemente il periodo T e la lunghezza d'onda λ) sono infatti legati dalla *relazione di dispersione*

$$\omega/k \equiv \lambda/T \equiv v_f = \sqrt{\kappa/m}\, d, \tag{7}$$

che esprime il fatto che la velocità di propagazione dell'onda non dipende dalla sua frequenza.

Il termine di velocità di fase $v_f \equiv \omega/k$, citato prima come in qualche modo sinonimo di velocità di propagazione, esprime il fatto che occorre spostarsi lungo x con questa velocità per mantenere costante al crescere del tempo t la fase (cioè l'argomento) del coseno $\cos[2\pi(x - v_f t)/\lambda + \phi] \equiv \cos(kx - \omega t + \phi)$.

Onde del mare
onde che cambiano forma mentre si propagano

Cosa ha a che fare la catena di pendoli accoppiati da molle con l'incisione dell'artista giapponese Hokusai che ho mostrato all'inizio e che rappresenta un'onda che si frange nella tempesta?

Innanzi tutto è chiaro che l'onda mostrata nel quadro non è certo di piccola ampiezza, ma torneremo su questo più tardi.
Pensiamo invece ad un mare appena mosso, in cui sì sono presenti onde, ma la loro ampiezza è piccola.

Possiamo allora applicare alla loro descrizione lo schema matematico che ho appena descritto.
Se volessimo esprimerci con più precisione diremmo che, se consideriamo ad esempio un'onda a frequenza definita, la sua ampiezza, cioè di quanto si alza o si abbassa il livello del mare quando l'onda passa, è molto più piccola della sua lunghezza d'onda.

Onde del mare

Ora non ci sono certamente molle nel mare e quindi non sappiamo bene come utilizzare il modello che ho prima descritto per determinare la velocità di propagazione delle perturbazioni della superficie del mare.
Non sappiamo cioè come determinare la relazione (relazione di dispersione) che lega la frequenza ω al numero d'onda k di un'onda sulla superficie del mare (o, equivalentemente, il periodo alla lunghezza d'onda).

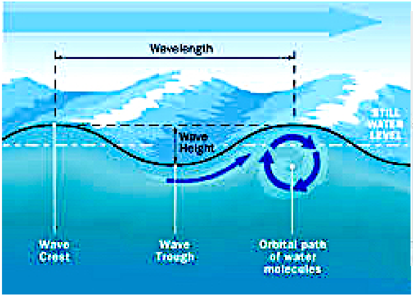
In effetti dobbiamo proprio reintrodurre il termine che abbiamo trascurato nella derivazione precedente e cioè alla forza di richiamo dovuta alla gravità.
Quando l'acqua sale il bilancio tra la gravità e la pressione nell'acqua tende a riportarla in basso e dove scende a riportarla in alto, non molto diversamente dal pendolo che ho descritto all'inizio.

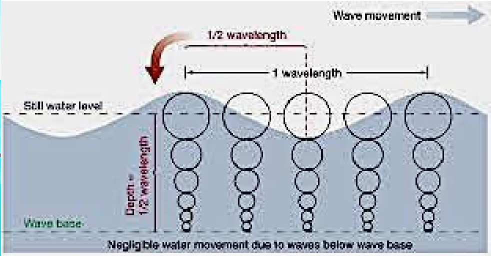
Onde del mare

Non deve quindi stupire che, se risolviamo le equazioni dell'idrodinamica, troviamo la seguente relazione di dispersione per le onde del mare

$$\omega = \sqrt{(g|k|)}, \tag{8}$$

che *ricalca quella del pendolo* e dove il modulo del vettore d'onda k gioca il ruolo dell'inverso della lunghezza del pendolo.





Onde del mare

Ora questa relazione di dispersione è completamente diversa da quella che abbiamo derivato per la molla in quanto la relazione tra la frequenza ω ed il vettore d'onda k *non è* di proporzionalità lineare.

Se calcoliamo quindi la velocità di fase di un'onda del mare di frequenza ω troviamo

$$v_f \equiv \omega/k = \sqrt{g/|k|} = \sqrt{g|\lambda|/2\pi}. \tag{9}$$

Espressa in termini della lunghezza d'onda $|\lambda|$, la relazione $v_f = \sqrt{g|\lambda|/2\pi}$ dice che onde di lunghezza d'onda (e quindi di frequenza) differente si propagano con velocità differente e che la velocià di propagazione è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza d'onda.

Le onde più lunghe si propagano più rapidamente.

Onde del mare

Questo è un aspetto affascinante dello studio della dinamica delle onde del mare: è una dinamica complessa, ma ne avete diretta esperienza e quindi ne potete intuire il comportamento.
Potete ad esempio ricordarvi di aver forse notato al largo, magari andando in barca, che le increspature che si sovrappongono alle onde più lunghe appaiono rimanere, rispetto a queste ultime, indietro.
In effetti le onde del mare più corte si propagano più lentamente.

Ma non è questo l'unico fenomeno interessante che potete facilmente interpretare guardando le onde del mare.
Pensate ora, sempre in una giornata di mare calmo, di essere sulla riva del mare e di guardare le onde che si infrangono a riva.
Magari vi capita di notare che, nonostante in questa giornata il vento non spiri perpendicolarmente alla riva ma venga da una direzione obliqua, pur tuttavia le onde sembrano giungere a riva con il loro fronte quasi parallelo ad essa: in buona approssimazione si propagano perpendicolarmente alla riva.
Come può essere? è il vento che eccita le onde!

Onde del mare

L'espressione "tipo pendolo" $\omega = \sqrt{g|k|}$ vale solo se la profondità del mare è molto maggiore della lunghezza d'onda.
Questa approssimazione cessa di essere vera vicino a riva e dobbiamo quindi usare una relazione di dispersione più generale che includa la profondità h del mare.
Si può dimostrare che questa più generale relazione è della forma

$$\omega = \sqrt{g|k|}\; f(|k|h) = \sqrt{2\pi g/|\lambda|}\; f(2\pi h/|\lambda|), \tag{10}$$

dove la funzione[1] $f(|k|h)$ si riduce per $|k|h \gg 1$ a $f(|k|h) = 1$ ridando $\omega = \sqrt{g|k|}$ per un mare profondo, mentre diventa minore di 1 vicino a riva per $|k|h = 2\pi h/|\lambda| \ll 1$

$$f(2\pi h/|\lambda|) = \sqrt{2\pi h/|\lambda|} = \sqrt{|k|h}, \tag{11}$$

nel qual caso otteniamo

$$\omega = k\sqrt{gh}. \tag{12}$$

[1] La forma esatta di $f(|k|h)$ è $|\tanh(|k|h)|^{1/2}$.

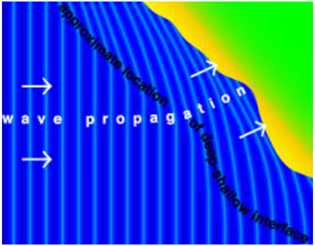
Onde del mare

Vicino a riva quindi le onde si propagano più lentamente e con velocità di fase (indipendente dalla lunghezza d'onda)

$$v_f = \sqrt{gh} \tag{13}$$

Notate che $\sqrt{gh}$ è la velocità di caduta di un grave da una altezza h.

Vediamo ora che cosa succede se un vento obliquo eccita al largo un'onda che si propaga obliquamente verso la riva.
La parte dell'onda più vicina a riva si propaga in un mare meno profondo e quindi la sua velocità di fase è minore di quella della parte dell'onda che è più al largo dove il mare è più profondo.
A causa della differente velocità, il fronte dell'onda ruota disponendosi sempre più parallelo alla riva.

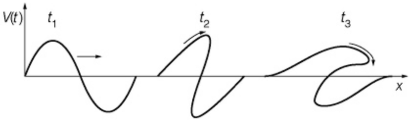


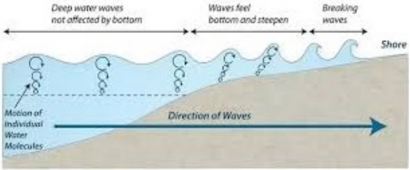
Rifrazione e “rottura” delle onde vicino a riva

Questo fenomeno non è dissimile da quello delle *rifrazione* che considerate in ottica geometrica per descrivere la propagazione della luce in un mezzo con indice di rifrazione non omogeneo.
Potete ad esempio divertirvi a immaginare come uno scoglio sommerso possa agire da lente convergente.

E chiedetevi ancora come mai l’onda che al largo era ben descritta dalla matematica delle oscillazioni di piccola ampiezza giunta vicino a riva si ”rompe”.

Dovrebbe a questo punto risultare naturale capire che l’approssimazione di piccola ampiezza non richiede solo che l’ampiezza sia molto minore della lunghezza d’onda dell’onda, ma anche che l’ampiezza sia molto minore della profondità del mare.





La cresta dell'onda, che vede una profondità effettiva maggiore, si propaga un pò più rapidamente del fondo dell'onda che vede una profondità minore.
Quando la cresta sopravanza il fondo dell'onda, questa si rompe.

Ovviamente in caso di tempesta l'onda può rompersi anche al largo, come succede nell'incisione che vi ho mostrato, se la sua ampiezza non è molto più piccola della sua lunghezza d'onda, nel qual caso porzioni diverse dell'onda si propagano a velocità differente.

E pensiamo ora proprio ad una tempesta, ma ad una tempesta lontana che si sta avvicinando a noi da distanza e non ci ha ancora raggiunti. Il primo segno del suo avvicinarsi è un lento salire e scendere del livello del mare.
La tempesta ha creato onde di diversa lunghezza d'onda sovrapposte tra di loro più somiglianti ad un "rumore" che ad un "suono".

Muovendosi fuori dalla zona dove il mare è in tempesta le varie componenti del "rumore" si propagano con diversa velocità.

Dispersione

Le prime a raggiungerci sono quelle a lunghezza d'onda più grande cioè a frequenza più bassa: da qui l'impressione del lento scendere e salire del livello del mare.
Il rumore si è trasformato in un suono regolare: dapprima ci giungono le onde più lunghe (è come se dapprima udissimo le note più basse) e poi le onde più corte (le note più alte).

Se cercassimo di esprimere la stessa metafora riferendoci alla luce visibile, diremmo che un impulso di luce bianca, *cioè composto di uno spettro di diverse frequenze*, si è colorato mentre si propagava: la luce rossa si è raccolta sul fronte dell'impulso e quella blu sulla coda.

E non solo: il fronte rosso si è propagato più rapidamente della coda blu. L'impulso quindi si è allungato ed ha cambiato forma.

Questa separazione dei colori e questa distorsione della forma sono caratteristiche delle onde *dispersive* cioè delle onde in cui la velocità di fase dipende dalla frequenza.

Tsunami

Il 26 dicembre del 2004 abbiamo assistito ad un evento tragico, la propagazione di uno tsunami nell'oceano Indiano.
E poi di nuovo l'11 marzo 2011 a Fukushima in Giappone.
La fenomenologia fisica di questo evento è ben descritta dai semplici concetti introdotti fino ad ora.

Gli tsunami sono onde del mare di enorme lunghezza d'onda create ad esempio da un terremoto. L'esempio della tempesta al largo che ho usato prima metteva in evidenza che le onde più lunghe sono le prime ad arrivare a riva perchè hanno velocità di fase maggiore.

La velocità di fase cessa però di crescere con la lunghezza d'onda quando questa è più grande della profondità del mare nel qual caso la velocità di fase è indipendente dalla lunghezza d'onda) e dipende solo dalla profondità del mare $v_f = \sqrt{gh}$.

Questo è il caso di uno tsunami cui corrispondono lunghezze d'onda fin dell'ordine di $100\ Km$, e rispetto alle quali quindi tutti gli oceani sono "poco profondi".

Tsunami

Per un oceano profondo ad esempio $4\ Km$ la velocità di fase $v_f = \sqrt{gh}$ corrisponde a $v_f = 200\ m/s$ cioè a $720\ Km/h$, dell'ordine quindi della velocità di un aereo a reazione. Il periodo è dell'ordine di 8 minuti. Uno tsunami può quindi percorrere in 7 ore circa $5000\ Km$. `https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/47/2004_Indonesia_Tsunami_Complete.gif`

La approssimazione di onda di piccola ampiezza è perfettamente valida dato che l'ampiezza di oscillazione relativamente modesta, poche decine di centimetri, è molto più piccola della lunghezza d'onda e della profondità dell'oceano.

All'avvicinarsi della riva la velocità $v_f = \sqrt{gh}$ diminuisce proporzionalmente alla radice quadrata della profondità. Ad una profondità di 10 metri si riduce a $36\ Km/h$ quanto quella un centometrista.
Al tempo stesso, dato che il periodo dell'onda rimane costante, la sua lunghezza d'onda si accorcia con la stessa legge.

Tsunami

Tutti avete visto in autostrada che la densità di automobili aumenta se c'è un rallentamento, semplicemente perchè, proprio a causa del rallentamento, le automobili che arrivano da dietro sono più veloci di quelle ormai rallentate: dovendosi conservare il flusso di automobili la densità delle automobili rallentate deve aumentare.

Tutte le onde, e quindi anche quelle del mare trasportano energia. Questa energia è, come ci si aspetta, proporzionale al quadrato dell'ampiezza $\mathscr{A}$ di oscillazione dell'onda. Nel caso di onde in mezzi dispersivi la velocità con cui viene trasportata l'energia non è v_f ma è una diversa velocità chiamata velocità di gruppo $v_g = d\omega/dk$.

Per un'onda del mare $v_g = v_f/2 = \sqrt{gh}/2$. Per mantenere costante il flusso di energia ($v_g \mathscr{A}^2$) il quadrato dell'ampiezza di oscillazione deve essere proporzionale a $1/v_g$ cioè all'inverso della radice quadrata della profondità. Ne segue che vicino a riva l'ampiezza dello tsunami cresce in relazione inversa alla radice quarta della profondità.
Solo vicino a costa lo tsunami si trasforma in una distruttiva onda nonlineare.

Comunicare usando le onde del mare?

Pensate ora che cosa succederebbe se provassimo a “comunicare” usando le onde del mare. Una parola, per contenere informazione, deve contenere frequenze (suoni) diversi.
Dopo una certa distanza le ”parole” diventerebbero inintelligibili: ad esempio i suoni bassi di una parola pronunciata dopo potrebbero arrivare prima dei suoni alti della parola precedente. Sarebbe molto complesso ripristinare il segnale originario e sarebbe per lo meno necessario sapere quale è la distanza che il segnale ha percorso.

In un certo senso dobbiamo essere ben grati del fatto che le onde sonore nell'aria sono essenzialmente non dispersive: si propagano con la stessa velocità indipendentemente dalla frequenza.
Questa velocità di propagazione è molto prossima (a parte una costante moltiplicativa legata all'indice adiabatico del gas) alla velocità di agitazione termica delle molecole: il suono si propagherà quindi più velocemente dove l'aria è più calda, ma nello stesso modo per tutte le frequenze.
Questo ci permette di parlare e di essere intesi perchè gli impulsi sonori che trasportano le nostre parole non si deformano apprezzabilmente mentre si propagano.

Comunicare usando le onde del mare?

Ma è veramente necessario usare onde non dispersive?
In effetti potremmo ugualmente in qualche modo comunicare mediante onde dispersive, per lo meno in un mondo unidimensionale, usando onde di grande ampiezza.

Abbiamo già visto che la velocità di propagazione di un'onda di grande ampiezza può dipendere dall'ampiezza. Supponiamo che diminuisca al crescere dell'ampiezza.
Pensiamo ora, parlando un pò a braccia, di costruire un segnale in cui l'ampiezza della componente in frequenza più lenta a propagarsi, quella blu nella metafora cromatica usata prima per le onde del mare, è minore di quella della componente in frequenza più veloce, in modo da compensare i due effetti esattamente.

Bilanciando gli effetti della ampiezza con quelli della dispersione possiamo costruire impulsi che si propagano senza cambiar forma.

Abbiamo quindi costruito *solitoni*, [2] come questi impulsi sono chiamati. Pensiamo ora come usarli per trasportare informazione.

---

[2] John Scott Russell descrisse questo fenomeno nel 1834 osservando la propagazione di un'onda in un canale

Comunicare usando le onde del mare?

Questo modo di comunicare non è poi così strano: è la strategia che viene impiegata per trasmettere senza distorsione segnali elettromagnetici (ottici) lungo sottili fili di materiale trasparente (fibre ottiche). Sfruttando un gioco di indici di rifrazione variabili sulla sezione della fibra, sì da avere riflessione totale sulle pareti, le fibre ottiche permettono di canalizzare l'impulso elettromagnetico e di trasportarlo a grandi distanze, senza che venga eccessivamente attenuato per effetto della distanza. Ma le fibre sono fortemente dispersive e quindi, sulle lunghe distanze, causerebbero una distorsione troppo forte del segnale rendendolo inintelligibile

Se si trasmettono solitoni si ovvia a questo inconveniente.

- Strutture solitoniche nel mare -

Materia relativistica

se c'e' ancora un pò di tempo, se no per vostra lettura, un pò "avanzata"

Negli ultimi venti anni uno dei campi di ricerca che hanno avuto maggior impulso sperimentale in laboratorio è stato lo studio della interazione dei campi *elettromagnetici ultraintensi* con la materia. Si è giunti a realizzare *in laboratorio* condizioni che vengono immaginate solo in ambito *cosmico*, per fenomeni astrofisici di alta energia: per esempio nei processi che si innescano quando, una volta esauritosi il ciclo delle reazioni nucleari, il materiale che costituisce una stella collassa sotto la forza della propria gravità.
Queste condizioni non sono state raggiunte per poche particelle, ma per quantità quasi macroscopiche di materia.

Usando ad esempio impulsi di radiazione elettromagnetica con lunghezze d'onda λ dell'ordine del micron ($1\mu m = 10^{-4}\ cm$), cioè con periodi di oscillazione dell'ordine di $3 \times 10^{-15}\ sec$ (dell'ordine quindi dei femtosecondi) focalizzati su sezioni di decine di micron quadri, si riescono a ottenere flussi di potenza, che giungono fino a $10^{22}\ Watt/cm^2$ e potenze nette dell'ordine del petawatt (un petawatt corrisponde a $10^{15}\ Watt$).

Materia relativistica

La durata caratteristica di questi impulsi è dell'ordine dei picosecondi (10^{-12} sec) o più breve. Le energie quindi non sono estremamente elevate (fino al $KJoule$), ma lo sono le potenze in gioco e conseguentemente i campi elettrici ed i campi magnetici dell'impulso.

Per rendere intuibili questi valori si può notare che il campo elettrico in questi impulsi è di almeno un ordine di grandezza più intenso di quello che tiene legato l'elettrone sul suo orbitale nell'atomo di idrogeno. In presenza di campi così intensi un atomo di idrogeno non si comporta come un sistema in cui il protone e l'elettrone sono legati l'un l'altro, ma come una coppia di particelle libere di muoversi sotto la forza esercitata dai campi con velocità, nel caso degli elettroni, prossime a quelle della luce.

La strategia che ha permesso di ottenere impulsi elettromagnetici così intensi in laboratorio è stata quella di utilizzare tecniche di "compressione" ottica per accrescere la potenza ad energia costante. D. Strickland e G. Mourou, Premio Nobel per la Fisica 2018.

Materia relativistica

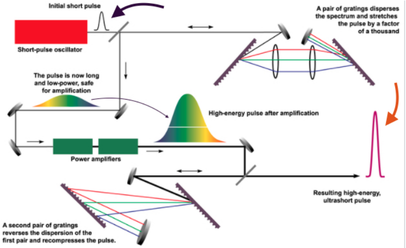
Il meccanismo di “compressione” non è sostanzialmente diverso da quello che ho descritto per le onde del mare generate da una tempesta lontana: ricordate? ”.....il fronte rosso si è propagato più rapidamente della coda blu. L’impulso quindi si è allungato ....”

Pensate ora di essere capaci di far riflettere il vostro impulso in modo che nella riflessione la coda si scambi con il fronte. Nell’impulso riflesso è il fronte ora ad essere più lento e la coda più veloce: ne segue che l’impulso riflesso si accorcia per lo meno fino a che la coda non raggiunge e supera il fronte.

Ma perchè prima decomprimere l’impulso per poi ricomprimerlo? Questo metodo permette di amplificare un impulso già intenso oltre i limiti che un sistema di amplificazione naturalmente ha: saturazione o danneggiamento dell’amplificatore.
Quando l’impulso si allunga, la sua energia di distribuisce sulla sua lunghezza e di conseguenza l’ampiezza del campo elettromagnetico dell’impulso diminuisce. E’ quindi possibile amplificarlo senza superare i limiti dell’amplificatore. Quando poi l’impulso si ricomprime l’ampiezza dei campi ricresce di conseguenza.

Materia relativistica

Ora però le onde elettromagnetiche nel vuoto non sono dispersive. Nel vuoto, la velocità di propagazione di un'onda elettromagnetica è indipendente dalla sua frequenza e dalla sua intensità (almeno fino a che questa non diventi così elevata da modificare le proprietà stesse del vuoto rendendolo "virtualmente" simile ad un mezzo disomogeneo).
Per decomprime e ricomprimere un impulso elettromagnetico bisogna fare quindi qualcosa di più complesso. Vengono utilizzati appropriati sistemi ottici dispersivi che introducono ritardi diversi per colori diversi, ma il principio di funzionamento non cambia.



Scheme of chirped pulse amplification

Che cosa succede ora se lasciamo propagare uno di questi impulsi elettromagnetici ultraintensi in un mezzo trasparente, in un gas ad esempio? Come prima cosa l'impulso ionizza il mezzo che si trasforma in un plasma, cioè gli elettroni vengono liberati dai nuclei cui erano legati negli atomi e diventano liberi di oscillare.

Inoltre l'impulso lascia una scia di *onde di carica elettrica* che hanno una velocità di fase uguale alla velocità dell'impulso nel plasma (di poco minore della velocità della luce nel vuoto), un pò come una nave che si lascia dietro una scia di onde con velocità di fase eguale alla sua velocità. Queste onde di carica elettrica corrispondono ad oscillazioni degli elettroni che si addensano e si diradano generando così un campo elettrico che agisce da forza di richiamo.

Se è molto corto, come non penseremmo mai di costruire una nave[3], l'impulso elettromagnetico trasferisce molta della sua energia alle onde di carica.

[3] Pensate alla forma allungata di Luna Rossa

Specchi relativistici

Come per le onde del mare, se la ampiezza delle oscillazioni degli elettroni supera la lunghezza d'onda, queste onde di carica si rompono. In questo caso gli elettroni vicino alla "cresta dell'onda", invece di oscillare regolarmente avanti ed indietro periodicamente come farebbero in un'onda di piccola ampiezza, si sopravanzano.

Gli elettroni che hanno compiuto questo sorpasso non sentono più la forza di richiamo e rimangono così accelerati in avanti, non diversamente dagli spruzzi di acqua di mare, così 'vivi' nell'incisione giapponese con cui ho iniziato questa presentazione.

Specchi relativistici

La velocità degli elettroni accelerati dalla rottura dell'onda di carica è prossima alla velocità di fase dell'onda cioè alla velocità della luce c.

Si possono creare condizioni controllate della rottura dell'onda di carica formando un sottile "foglio" di elettroni ad alta densità che si propaga nella direzione dell'impulso con velocità prossima a c. Pensiamo ora di inviare un secondo impulso elettromagnetico, nella direzione opposta a quello che ha generato l'onda di carica. Quando questo secondo impulso urta sullo specchio viene in parte riflesso e la frequenza dell'impulso riflesso cresce per l'effetto Doppler, come previsto dalla formula la formula dovuta ad Einstein

$$\omega' = \omega \left(\frac{1+v/c}{1-v/c}\right) \gg \omega. \tag{14}$$

Conseguentemente cresce l'energia dell'impulso, così come cresce l'energia di una palla da tennis che ribalza su una racchetta che si muove rapidamente in avanti.
Questo permettera' di esplorare le condizioni in cui le proprietà stesse del vuoto vengono modificate dall'impulso elettromagnetico.

Conclusioni

Potrei continuare per ore ma concludo commentando questo ultimo esempio

Da un lato la fisica ci aiuta a *guardare*.
Dall'altro, guardando, capiamo come *innovare*.

Grazie dell'attenzione

===

Figure liberamente prese in rete

Se vi interessa farmi domande il mio indirizzo e-mail è francesco.pegoraro@unipi.it

Cercherò di rispondere.